数学，外国語（英語）

あわせて１２０分

数学：４分野中２分野選択

外国語（英語）：全問必答

<注意事項>

・**試験開始の合図があるまで，問題・解答冊子の中をみてはいけません**.

・試験監督者の指示に従って，下の記入欄に**受験番号と氏名を記入しなさい**.

受験番号		氏名	

・**数学**の分野およびページは，下の通りです．この中から**２分野を選び**，解答しなさい.

分野	ページ
分野① **線形代数**	**2～3**
分野② **三角関数，指数対数関数，微分，積分**	**4**
分野③ **応用数学**	**5**
分野④ **離散数学**	**6～7**

・**外国語（英語）**は，ページ**8**からページ**１１**です．**外国語（英語）**は，**全問必答**です.

・試験中に，問題冊子の落丁や印刷不鮮明などの問題に気づいたときは，手を高く上げて知らせなさい.

・不正行為に対しては厳正に対処します.

・試験中は試験監督者の指示に従うこと.

数学	分野①	**線形代数**	線形代数は，**ページ２**から**ページ３**まで

次の問いに解答しなさい．

問題．以下のように定義した行列Aに関して，（１）と（２）の問いに答えなさい．

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 15 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

（１）行列Aの行列式の値および逆行列を求めなさい．なお以下の各解答欄に導出過程を含めて記しなさい．

（行列式の値の算出）

（逆行列の算出）

数学	分野①	線形代数	線形代数は，**ページ2**から**ページ3**まで

（２）以下に記したA^nの導出過程を，空欄(a)～(s)を埋めることで完成させなさい．なお，解答はページ右側の所定の欄に記入すること．

【A^nの導出】

行列Aの固有値および対応する固有ベクトルを求めた．その結果， 固有値 1 に対応する固有ベクトル$\boldsymbol{a}$は，

$$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 3 \\ \underline{\text{(a)}} \end{pmatrix}$$

(a)______

となり，固有値__(b)__に対応する固有ベクトル$\boldsymbol{b}$は，

(b)______

$$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 5 \\ \underline{\text{(c)}} \end{pmatrix}$$

(c)______

となった．以上二つの固有ベクトルを使い，行列 Pを

$$P=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ \text{(a)} & \text{(c)} \end{pmatrix}$$

と定義すると，この逆行列は，

$$P^{-1}=\begin{pmatrix} \dfrac{\text{(d)}}{\underline{\text{(f)}}} & \dfrac{\text{(e)}}{\underline{\text{(g)}}} \end{pmatrix}$$

(d)______ (e)______ (f)______ (g)______

である．この行列 Pを使って，以下のような行列積の対角化を実現できる．

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} \dfrac{\text{(h)}}{\underline{\text{(j)}}} & \dfrac{\text{(i)}}{\underline{\text{(k)}}} \end{pmatrix}$$

(h)______ (i)______ (j)______ (k)______

よって，

$$P^{-1}A^nP=\begin{pmatrix} \dfrac{\text{(l)}}{\underline{\text{(n)}}} & \dfrac{\text{(m)}}{\underline{\text{(o)}}} \end{pmatrix}$$

(l)______ (m)______ (n)______ (o)______

とできるため， A^nは，

$$A^n=\begin{pmatrix} \dfrac{\text{(p)}}{\underline{\text{(r)}}} & \dfrac{\text{(q)}}{\underline{\text{(s)}}} \end{pmatrix}$$

(p)____________ (q)____________

と求めることができる．

(r)____________ (s)____________

数学	分野②	三角関数，指数対数関数，微分，積分	三角関数, 指数対数関数, 微分，積分は，**ページ4**

次の問いに解答しなさい.

問題１．$\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+n+3}{bn+1}=-\frac{1}{2}$ となるとき、定数 a,b の値を求めてください。

問題２．関数$y=x^2e^{-x}$に関して以下の問いに答えてください。

(1)　関数の増減を調べてください。

(2)　グラフの概形を描いてください。

問題３．区間[0,1]で、２曲線 $y=x$ と $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ で囲まれた面積を求めてください。

数学	分野③	応用数学	応用数学は，**ページ5**

次の問いに解答しなさい.

多変数関数の最適解（最大値や最小値）を求める数値計算法にニュートン法がある。ニュートン法は、任意に定めた解の予測値から初めて、計算を繰り返しながら、近似解を真の値に近づけていく。例えば、ニュートン法を 2 変数関数に適用した場合は以下の更新手順を得る。

2 変数関数を$f(x,y)$とする。最適解の現在の近似解を(p_k,q_k)とする。すると次の近似解(p_{k+1},q_{k+1})は

$$\begin{pmatrix} p_{k+1} \\ q_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_k \\ q_k \end{pmatrix} - Hf(p_k,q_k)^{-1}\nabla f(p_k,q_k)$$

で更新される。

ここで、ヘッセ行列は、$Hf(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y} \end{pmatrix}$で与えられ、$Hf(x,y)^{-1}$はその逆行列である。

また、勾配ベクトルは、$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$で与えられる。

例えば、$f(x,y) = 3x^3 + 2y^5 + 2xy^2 + 2y^2 + 1$であれば、

$Hf(x,y) = \begin{pmatrix} 18x & 4y \\ 4y & 40y^3 + 4x + 4 \end{pmatrix}$であり、$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} 9x^2 + 2y^2 \\ 10y^4 + 4xy + 4y \end{pmatrix}$となる。

問題　関数$f(x,y) = x^2 - 2xy + \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{3}y^3$の最小解をニュートン法で求めます。

(1)　方程式$f(x,y)$の勾配ベクトル$\nabla f(x,y)$を求めてください。

(2)　方程式$f(x,y)$のヘッセ行列$Hf(x,y)$及びその逆行列を求めてください。

(3)　解の最初の予測値を$\begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$としたときの次の近似解$\begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix}$を求めてください。

数学	分野④	離散数学	離散数学は，**ページ６**から **ページ７**まで

問題１．重み付き有向グラフに関する次の問いに答えなさい.

（１）隣接行列(Adjacency Matrix)が次の A であらわされるグラフ G を描きなさい.

$$
\mathrm{A} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0 & 4 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 5 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

（２）枝の重みを長さと解釈し、節点 a を出発点とするとき、G の最短経路木(Shortest Path Tree)を求めなさい.

（3）枝の向きを無視して無向グラフとしたとき、

① 節点 f の次数はいくらですか。

② G がオイラーグラフ(Eulerian Graph)かどうか判定しなさい。

③ G にハミルトン閉路(Hamilton Cycle)があれば示しなさい。

④ G の最小全域木(Minimum Spanning Tree)を示しなさい。

英語	英語は，**ページ８**から**ページ１１**まで

パケット通信（コンピュータ間の通信をパケットと呼ばれる単位に分けて行う通信）に関する以下の問題英文を読んで、問題 1、問題 2、問題 3 の問いに解答して下さい。

この部分の文章は，公開時に削除

(Vinton CerfOffsite and Robert Kahn, “A Protocol for Packet Network Intercommunication”, IEEE Transactions on Communications COM 22, no. 5, (5 May 1974) 637-648.より抜粋)

英語	英語は，**ページ８**から**ページ１１**まで

問題１．（読解）

（１）この問題英文に出てくる”protocol”の説明として最もふさわしい文を以下から１つ選んでください。

a. 外交儀礼

b. コンピュータの住所

c. コンピュータ間で通信するときの問題

d. コンピュータ間で通信するときの共通のとりきめ

解答 ＿＿＿＿＿

（２）下線部①が意味するものとして最もふさわしい文を以下から１つ選んでください。

a. これらのプロトコルは同じネットワークのコンピュータ間の通信の問題をかかえている。

b. これらのプロトコルは住所に関する問題をかかえている。

c. すべてのプロトコルは同じネットワークにあるコンピュータ間の通信に関することについて述べている。

d. 既存のプロトコルは同じネットワークにあるコンピュータ間の通信に関することについて述べている。

解答 ＿＿＿＿＿

英語	英語は，**ページ８**から**ページ１１**まで

次の問いに解答しなさい.

問題２.（英文和訳）

問題英文の下線部②を和訳してください。

英語	英語は，**ページ８**から**ページ１１**まで

次の問いに解答しなさい.

問題３.（英作文）

以下の和文（１）と（２）を問題英文に出てきた単語を一つ以上使って、英語に翻訳し、空白に書いてください。

(1)　「パケット通信のパケットには送りたいデータのほかに送信元や宛先の所在を表すアドレスなどの制御情報が付加されます。」

(2)　「インターネットプロトコル(IP)とは、ネットワークの境界を越えてパケットを中継する、インターネット上のプロトコルです。」