

数学, 外国語 (英語)

あわせて 120 分

数学 : 4 分野中 2 分野選択

外国語 (英語) : 全問必答

<注意事項>

- 試験開始の合図があるまで, 問題・解答冊子の中をみてはいけません.
- 試験監督者の指示に従って, 下の記入欄に受験番号と氏名を記入しなさい.

受験番号		氏名	
------	--	----	--

- 数学の分野およびページは, 下の通りです. この中から 2 分野を選び, 解答しなさい.

分野	ページ
分野① 線形代数	2 ~ 3
分野② 三角関数, 指数対数関数, 微分, 積分	4
分野③ 応用数学	5
分野④ 離散数学	6 ~ 7

- 外国語 (英語) は, ページ 8 からページ 11 です. 外国語 (英語) は, 全問必答です.
- 試験中に, 問題・解答冊子の落丁や印刷不鮮明などの問題に気づいたときは, 手を高く上げて知らせなさい.
- 不正行為に対しては厳正に対処します.
- 試験中は試験監督者の指示に従うこと.

次の問い合わせに解答しなさい。

問題. 以下のように定義した行列 A について、(1) と (2) の問い合わせに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の行列式の値および逆行列を求めなさい。なお以下の各解答欄に導出過程を含めて記しなさい。

(行列式の値の算出)

(逆行列の算出)

(2) 以下に記した A^n の導出過程を、空欄(a)～(s)を埋めることで完成させなさい。なお、解答はページ右側の所定の欄に記入すること。

【 A^n の導出】

行列 A の固有値および対応する固有ベクトルを求めた。その結果、固有値 2 に対応する固有ベクトル a は、

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ \underline{(a)} \end{pmatrix} \quad \underline{(a)}$$

となり、固有値 (b) に対応する固有ベクトル b は、(b)

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{(c)} \end{pmatrix} \quad \underline{(c)}$$

となった。以上二つの固有ベクトルを使い、行列 P を

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ \underline{(a)} & \underline{(c)} \end{pmatrix}$$

と定義すると、この逆行列は、

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{(d)} & \underline{(e)} \\ \underline{(f)} & \underline{(g)} \end{pmatrix} \quad \underline{(d)} \quad \underline{(e)} \quad \underline{(f)} \quad \underline{(g)}$$

である。この行列 P を使って、以下のような行列積の対角化を実現できる。

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \underline{(h)} & \underline{(i)} \\ \underline{(j)} & \underline{(k)} \end{pmatrix} \quad \underline{(h)} \quad \underline{(i)} \quad \underline{(j)} \quad \underline{(k)}$$

よって、

$$P^{-1}A^nP = \begin{pmatrix} \underline{(l)} & \underline{(m)} \\ \underline{(n)} & \underline{(o)} \end{pmatrix} \quad \underline{(l)} \quad \underline{(m)} \quad \underline{(n)} \quad \underline{(o)}$$

とできるため、 A^n は、

$$A^n = \begin{pmatrix} \underline{(p)} & \underline{(q)} \\ \underline{(r)} & \underline{(s)} \end{pmatrix} \quad \underline{(p)} \quad \underline{(q)}$$

と求めることができる。

$$\underline{(r)} \quad \underline{(s)}$$

数学	分野②	三角関数, 指数対数関数, 微分, 積分	三角関数, 指数対数関数, 微分, 積分は, <u>ページ4</u>
----	-----	----------------------	------------------------------------

次の問い合わせに解答しなさい。

問題1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{bn+1}{an^2 + 2n+1} = -\frac{1}{2}$ となるとき、 a, b の値を求めてください。

問題2. 関数 $y = x^2 e^{-x^2}$ について以下の問い合わせに答えてください。

(1) 関数の増減を調べてください。

(2) グラフの概形を描いてください。

問題3. 区間 $[0, 1]$ で、2曲線 $y = x^2$ と $y = x \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ で囲まれた面積を求めてください。

次の問いに解答しなさい。

N 個のデータ $(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)$ を通る近似直線を求める方法に最小二乗法があります。最小二乗法では、求める近似直線を $y = ax + b$ と置いたとき、その二乗誤差

$$J = \sum_{i=1}^N \{y_i - (ax_i^2 + b)\}^2$$

が最小になるように、直線のパラメータ a, b を定めます。

2つのパラメータ a, b を求めるには、パラメータ a, b でそれぞれ二乗誤差 J を偏微分し、

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial a} &= 2 \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)(-x_i) = 2a \sum_{i=1}^N x_i^2 + 2b \sum_{i=1}^N x_i - 2 \sum_{i=1}^N x_i y_i = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= 2 \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)(-1) = 2a \sum_{i=1}^N x_i + 2b \sum_{i=1}^N 1 - 2 \sum_{i=1}^N y_i = 0\end{aligned}$$

となります。したがって連立一次方程式

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N x_i & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i y_i \\ \sum_{i=1}^N y_i \end{pmatrix}$$

で求めることができます。

問題 5点 $(1,2), (2,3), (3,6), (4,9), (5,10)$ に最小二乗法で近似直線 $y = ax + b$ を求めます。

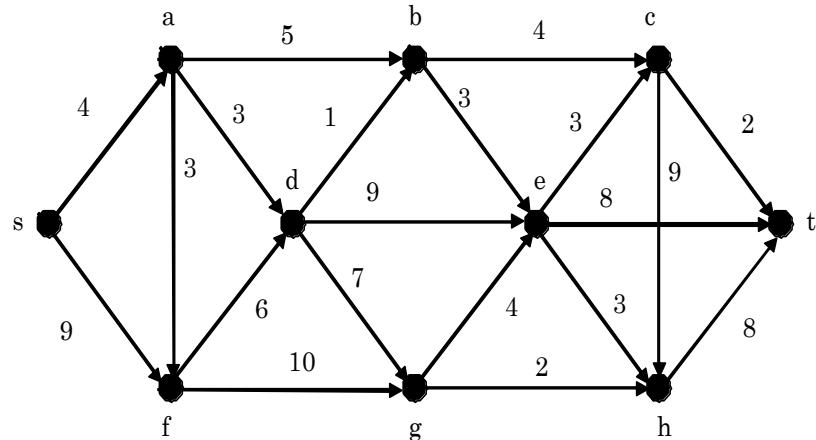
(1) 二乗誤差 J の式を求めてください。

(2) 連立一次方程式を求めてください。

(3) 近似直線を求めてください。

問題1. 重み付き有向グラフに関する次の問い合わせに答えなさい。

(1) 次の有向グラフ G に対応する隣接行列(Adjacency Matrix)を示しなさい。



G

(2) 最短経路木を求める「ダイクストラのアルゴリズム」について説明しなさい。

数学	分野④	離散数学	離散数学は、<u>ページ6</u>から <u>ページ7</u>まで
-----------	------------	-------------	--

(3) G の最短経路木(Shortest Path Tree)を求めなさい。ただし、枝につけられている重みを長さと解釈し、節点 s を出発点とする。

(4) t を目的地とするとき最短経路を示しなさい。また最短距離はいくらか。

英語

英語は、ページ8からページ11まで

以下のコンピュータの人工知能に関する問題英文を読んで、問題1、問題2、問題3の問い合わせに解答して下さい。

この部分の文章は、公開時に削除

(Apple's Siri is an example); medical diagnostics; and eventually collaborating with human scientists in research.

(VOA <https://www.voanews.com/a/go-game-computer-victory-artifical-intelligence/3165518.html> より抜粋)

英語

英語は、ページ8からページ11まで

問題1. (読解)

(1) 下線部①が意味する事項として最も相応しい文を以下から1つ選んで、「解答」右の下線部の上にそのアルファベットを記入してください。

- a. 暮はゲームの人工知能研究の頂点であると考えられている。
- b. ポケモン Go は様々なゲームを調査して制作された。
- c. 行動は愛のゲームである。
- d. 行動は愛の研究の頂上にあると考えられている。

解答 _____

(2) 下線部②が意味する事項として最も相応しい文を以下から1つ選んで、「解答」右の下線部の上にそのアルファベットを記入してください。

- a. AlphaGo は、ヨーロッパの3つと、中国の楽しい Hui の、合計、5つのゲーム版を掃除した。
- b. AlphaGo は、ヨーロッパの暮の3度の王者であり、中国のプロの棋士もある Fan Hui との5回戦に全勝した。
- c. AlphaGo を掃除して3つの時間と合致したヨーロッパは、王者に行き、プロは Hui を楽しんだ。
- d. ヨーロッパの3度のポケモン Go の王者であり、中国のプロでもある、AlphaGo は楽しく Fui を掃除した。

解答 _____

英語

英語は、ページ8からページ11まで

次の問い合わせに解答しなさい。

問題2. (英文和訳)

問題文の(a), (b), (c) を日本語に翻訳してください。

(a)

(b)

(c)

英語

英語は、ページ8からページ11まで

次の問い合わせに解答しなさい。

問題3. (英作文)

以下の(1)と(2)の和文を、問題英文に出てきた単語を一つ以上使って、英語に翻訳し、以下の空白に書いてください。

(1) 「人工知能は長い歴史を持つ分野であるが、現在でも絶え間なく発展し、変化している。」

(2) 「多くの著名人は、人工知能の無制限の進歩は、警鐘を鳴らすべき事項であり、人類の未来に影響する、と考えている。」