

数学, 外国語 (英語)

あわせて 120 分

数学: 4 分野中 2 分野選択

外国語 (英語): 全問必答

<注意事項>

- ・試験開始の合図があるまで、問題・解答冊子の中をみてはいけません。
- ・試験監督者の指示に従って、下の記入欄に受験番号と氏名を記入しなさい。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

- ・数学の分野およびページは、下の通りです。この中から 2分野を選び、解答しなさい。

分野	ページ
分野① 線形代数	2～3
分野② 三角関数、指数対数関数、微分、積分	4
分野③ 応用数学	5
分野④ 離散数学	6

- ・外国語 (英語) は、ページ 7 からページ 10 です。外国語 (英語) は、全問必答です。
- ・試験中に、問題・解答冊子の落丁や印刷不鮮明などの問題に気づいたときは、手を高く上げて知らせなさい。
- ・不正行為に対しては厳正に対処します。
- ・試験中は試験監督者の指示に従うこと。

次の問い合わせに解答しなさい。

問題. 以下のように定義した行列Aに関して、(1) と (2) の問い合わせに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) 行列Aの行列式の値および逆行列を求めなさい。なお以下の各解答欄に導出過程を含めて記しなさい。

(行列式の値の算出)

(逆行列の算出)

(2) 以下に記した A^n の導出過程を、空欄(a)～(s)を埋めることで完成させなさい。なお、解答はページ右側の所定の欄に記入すること。

【 A^n の導出】

行列 A の固有値および対応する固有ベクトルを求めた。その結果、固有値 1 に対応する固有ベクトル a は、

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{(a)} \end{pmatrix} \quad (a) \underline{\hspace{2cm}}$$

となり、固有値 (b) に対応する固有ベクトル b は、 (b) (c)

$$b = \begin{pmatrix} -2 \\ \underline{(c)} \end{pmatrix} \quad (c) \underline{\hspace{2cm}}$$

となった。以上二つの固有ベクトルを使い、行列 P を

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \underline{(a)} & \underline{(c)} \end{pmatrix}$$

と定義すると、この逆行列は、

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{(d)} & \underline{(e)} \\ \underline{(f)} & \underline{(g)} \end{pmatrix} \quad (d) \underline{\hspace{2cm}} (e) \underline{\hspace{2cm}} (f) \underline{\hspace{2cm}} (g) \underline{\hspace{2cm}}$$

である。この行列 P を使って、以下のような行列積の対角化を実現できる。

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \underline{(h)} & \underline{(i)} \\ \underline{(j)} & \underline{(k)} \end{pmatrix} \quad (h) \underline{\hspace{2cm}} (i) \underline{\hspace{2cm}} (j) \underline{\hspace{2cm}} (k) \underline{\hspace{2cm}}$$

よって、

$$P^{-1}A^nP = \begin{pmatrix} \underline{(l)} & \underline{(m)} \\ \underline{(n)} & \underline{(o)} \end{pmatrix} \quad (l) \underline{\hspace{2cm}} (m) \underline{\hspace{2cm}} (n) \underline{\hspace{2cm}} (o) \underline{\hspace{2cm}}$$

とできるため、 A^n は、

$$A^n = \begin{pmatrix} \underline{(p)} & \underline{(q)} \\ \underline{(r)} & \underline{(s)} \end{pmatrix} \quad (p) \underline{\hspace{2cm}} (q) \underline{\hspace{2cm}}$$

と求めることができる。

$$(r) \underline{\hspace{2cm}} (s) \underline{\hspace{2cm}}$$

数学	分野②	三角関数, 指数対数関数, 微分, 積分	三角関数, 指数対数関数, 微分, 積分は, ページ4
----	-----	----------------------	---

次の問い合わせに解答しなさい。

問題1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ を求めてください。

問題2. 関数 $y = xe^{-x}$ に関して以下の問い合わせに答えてください。

(1) 関数の増減を調べてください。

(2) グラフの概形を描いてください。

問題3. 区間 $[0,1]$ で、2曲線 $y = x$ と $y = x \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ で囲まれた面積を求めてください。

次の問い合わせに解答しなさい。

問題 N 問の○×式のテストが出題されたとします。正解では、その N 問中のある n 問が○で残りが×です。解答者が無作為に m 問に○、残りを×としたとき、以下の問い合わせに答えてください。

(1) $N=5$ 、 $n=3$ 、 $m=2$ のとき、 k 問正解 ($k=0,1,2,3,4,5$) となる確率 P_k をそれぞれ求めてください。

(2) $N=5$ 、 $n=3$ のとき、 $m=0,1,2,3,4,5$ のそれぞれの場合の正解数の期待値 E_m を求めてください。

次の問い合わせに答えなさい。

問題1. 全体集合を $U = \{x \mid x \text{は } 100 \text{ から } 200 \text{ までの整数}\}$ とし、 U の部分集合 A, B, C をそれぞれ、

$$A = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ の倍数}\}, B = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}, C = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ の倍数}\},$$

とするとき、次の値を計算しなさい。ただし、 $n(S)$ は集合 S の要素数を表し、 2^S は S のべき集合を表す。

(1) $n(A \cap B)$

(2) $n(A \cup B)$

(3) $n(A \cap B \cap C)$

(4) $n(A \cup B \cup C)$

(5) $n(\bar{A} \cup (B \cap C))$

(6) $n(2^C)$

英語

英語は、ページ7からページ10まで

以下のコンピュータの並列処理とクリティカルセクションに関する問題英文を読んで、問題1、問題2、問題3の問い合わせに解答して下さい。

この部分の文章は、公開時に削除

(E. W. DIJKSTRA, Solution of a Problem in Concurrent Programming Control, CACM, Vol.5, No.9, p.569, 1965 より抜粋)

英語

英語は、ページ7からページ10まで

問題1. (読解)

(1) 下線部①が意味する事項として最も相応しい文を以下から1つ選んで、「解答」右の下線部の上にそのアルファベットを記入してください。

- a. N個のコンピュータは同時に2つ以上実行されないようにプログラムされなければならない。
- b. N個のコンピュータは同時に2つ以上実行されるようにプログラムされなければならない。
- c. クリティカルセクションは同時に2つ以上実行されないようにプログラムされなければならない。
- d. クリティカルセクションは同時に2つ以上実行されるようにプログラムされなければならない。

解答 _____

(2) 共有記憶装置(common store)(下線部②)が持つ性質として最もふさわしい文を以下から1つ選んでください。

- a. 1つのコンピュータIが1つの語 α を共有記憶装置に書こうとしており、もう1つのコンピュータIIが共有記憶装置から語を読もうとしていて、それが同時に行われたとき、コンピュータIIはその α を読む。
- b. 1つのコンピュータIが1つの語 α を共有記憶装置に書こうとしており、もう1つのコンピュータIIが共有記憶装置から語を読もうとしていて、それが同時に行われたとき、コンピュータIIはその α を読まない。
- c. 1つのコンピュータIが1つの語 α を、もう1つのコンピュータIIが1つの語 β を共有記憶装置に書こうとしており、それが同時に行われたとき、共有記憶装置には α と β を混ぜた語が書かれる。
- d. 1つのコンピュータIが1つの語 α を、もう1つのコンピュータIIが1つの語 β を共有記憶装置に書こうとしており、それが同時に行われたとき、共有記憶装置には α か β のどちらかの語が書かれる。

解答 _____

英語

英語は、ページ7からページ10まで

次の問い合わせに解答しなさい。

問題2. (英文和訳)

問題文の(a), (b), (c) を日本語に翻訳してください。

(a)

(b)

(c)

英語

英語は、ページ7からページ10まで

次の問い合わせに解答しなさい。

問題3. (英作文)

以下の(1)と(2)の和文を、問題英文に出てきた単語を一つ以上使って、英語に翻訳し、以下の空白に書いてください。

(1) 「複数のコンピュータで1つの処理を実行するとき、排他制御が問題となります。」

(2) 「複数のユーザが同じデータを更新することが出来る Web オンラインシステムは、なんらかの排他制御の仕組みを取り入れた方がよいでしょう。」